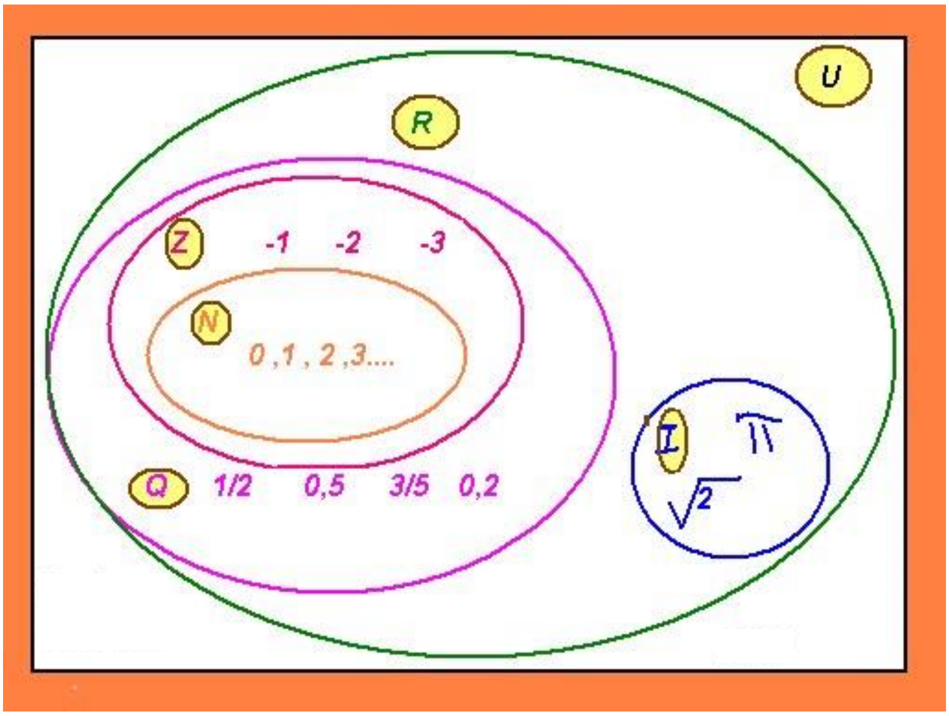
SEMINARIO UNIVERSITARIO

Material Teórico - Práctico

UTN
UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL SAN FRANCISCO

CONJUNTOS NUMÉRICOS



1

Objetivos:

- Caracterizar los diferentes conjuntos numéricos (N, Z, Q, R) por sus usos y sus propiedades.
- Analizar las propiedades de las operaciones en los distintos conjuntos numéricos (N, Z, Q, R) en la resolución de problemas.
- Generar diferentes estrategias de cálculo y estimar resultados al resolver problemas.
- Evaluar la razonabilidad y validez de procedimientos y resultados de acuerdo con el problema planteado.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1.1. CONJUNTOS NUMÉRICOS

Los matemáticos reconocen varios conjuntos de números que comparten ciertas características. Estas categorías son útiles cuando ciertos tipos de números son válidos para valores y variables. Nuestro entendimiento y clasificación de los diferentes conjuntos de números se ha desarrollado durante miles de años.

$$\mathbb{R}:\text{Reales}\begin{cases}\mathbb{Q}:\text{Racionales}\begin{cases}\mathbb{Z}:\text{Enteros}\begin{cases}\mathbb{N}:\text{Naturales}\\ 0:\ \text{Cero}\\ \mathbb{Z}^-:\text{Enteros negativos}\end{cases}\\ \\ \text{Decimales}\begin{cases}\text{Finitos}\\ \text{Periódicos Puros}\\ \text{Periódicos Mixtos}\end{cases}\end{cases}\\ \\ \mathbb{I}:\text{Irracionales}\end{cases}$$

Números Naturales

Los números naturales son los que desde el principio de los tiempos se han utilizado para contar. En la mayoría de países han adoptado los números arábigos, llamados así porque fueron los árabes quienes los introdujeron en Europa, pero fue en la India donde se inventaron.

El conjunto de los números naturales se denota como N y se representan así:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$$

Los números naturales se caracterizan por dos propiedades:

- El número 1 es el primer número natural y cada número natural se forma sumándole 1 al anterior.
- Cuando restamos o dividimos dos números naturales, el resultado no es necesariamente un número natural, y por eso decimos que los números naturales no son cerrados respecto estas dos operaciones. En cambio, sí son cerrados respecto a la suma y la

multiplicación, es decir, la suma o multiplicación de dos números naturales da siempre como resultado otro número natural.

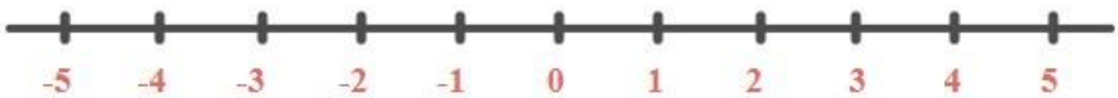
Números Enteros

Cuando aparece la necesidad de distinguir unos valores de otros a partir de una posición de referencia es cuando aparecen los números negativos. Por ejemplo, cuando desde el nivel 0 (nivel del mar) queremos diferenciar por encima del nivel del mar o por debajo del mar (en las profundidades). O en el caso de las temperaturas, positivas o bajo cero. Así podemos estar a 700 metros de altitud (+700), o bucear a 10 metros de profundidad (-10), y podemos estar a 25 grados Celsius (+25) o a 5 grados bajo 0 (-5).

Para denotar los números negativos añadimos un signo menos delante del número. En definitiva, al conjunto formado por los enteros negativos, el número cero y los enteros positivos (o naturales) lo llamamos conjunto de los números enteros. Se denota con el símbolo Z y se pueden escribir como:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Los representamos en una recta numérica de la siguiente manera:



Una propiedad importante de los números enteros es que son cerrados respecto a las operaciones de adición, multiplicación y sustracción, es decir, la suma, la resta y la multiplicación de dos números enteros da otro número entero. Nótese que el cociente de dos enteros, por ejemplo 3 y 7, no necesariamente es un entero. Así, la operación división no es cerrada respecto a los números enteros.

Números Racionales

Los números racionales son los números que resultan de la razón (división) entre dos números enteros. Se denota el conjunto de los números racionales como Q, así que:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z} \right\}$$

El resultado de un número racional puede ser un entero o bien un decimal, ya sea positivo o negativo:

$$-\frac{8}{4} = -2 \quad entero$$

$$\frac{6}{5} = 1{,}2 \quad decimal$$

Además, entre los decimales puede ser de dos tipos, con un número limitado de cifras que llamaremos decimal finito o bien con un número ilimitado de cifras, que llamaremos decimal periódico:

$$\frac{88}{25} = 3{,}52 \quad finito$$

$$\frac{5}{9} = 0{,}555555\ldots = 0,\widehat{5} \quad periódico$$

Se llaman periódicos porque en la parte decimal hay una o más cifras que se repiten. Si justo los números que se repiten comienzan a las décimas, los llamamos periódicos puros mientras que en caso contrario los llamamos periódicos mixtos:

$$6{,}888888 = 6,\widehat{8} \quad puro$$

$$3{,}4156262 = 3{,}415\widehat{62} \quad mixto$$

Obsérvese que todo entero es un número racional, ya que:

$$5 = \frac{5}{1}$$

Los números racionales son cerrados no sólo respecto de las operaciones de adición, multiplicación y sustracción, sino también de la división (excepto por 0).

Números Irracionales

Hemos visto que cualquier número racional se puede expresar como un número entero, un decimal exacto o un decimal periódico.

Ahora bien, no todos los números decimales son exactos o periódicos, por lo tanto, no todos los números decimales pueden ser expresados como una fracción de dos enteros. Estos números decimales que no son exactos ni periódicos se caracterizan por tener infinitas cifras decimales no periódicas, es decir, que no se acaban nunca y no tienen un patrón de repetición, se los llama números irracionales y se los denota I. Obsérvese que el conjunto de números irracionales es el complementario del conjunto de números racionales.

Algunos ejemplos de números irracionales son:

$$\sqrt{2} \;\; ; \; \pi \; ; \;\; \sqrt[3]{5}$$

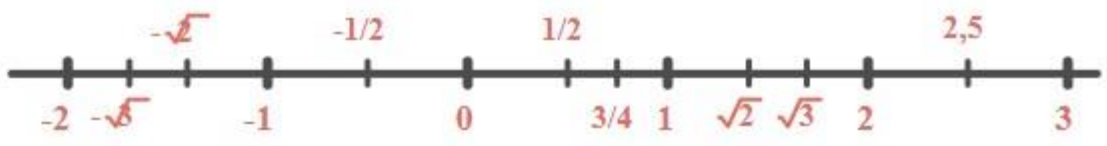
donde por ejemplo π proviene de la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Números Reales

El conjunto formado por los números racionales y los números irracionales se denomina conjunto de los números reales y se denota como R.

Una de las propiedades más importantes de los números reales es poderlos representar por puntos en una línea recta. Se elige un punto llamado origen, para representar el 0, y otro punto, comúnmente a la derecha, para representar el 1.

Resulta así de manera natural una correspondencia entre los puntos de la recta y los números reales, es decir, que cada punto de la recta representa un único número real y a cada número real le corresponde un único punto de la recta. Llamamos a esta recta la recta real. En la siguiente imagen se puede ver un ejemplo:



1.2. OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

Sobre el conjunto R se definen dos operaciones elementales: la suma (+) y la multiplicación o producto (·). La suma y el producto de dos números reales es un número real. Además, se verifican las siguientes propiedades:

Asociativa:

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$
$$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)\ (2)$$

Conmutativa:

$$a+b=b+a$$
$$a\cdot b=b\cdot a\ (3)$$

Distributiva:

$$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$$
$$c\cdot(a+b)=c\cdot a+c\cdot b$$

(4) Elemento neutro:

$$a+0=a\quad neutro\ aditivo\ a\cdot 1=a$$
$$neutro\ multiplicativo$$

(5) Elemento opuesto:

$$a+(-a)=0$$

(6) Elemento inverso:

$$\mathrm{a}\cdot\frac{1}{a}=1$$

Si bien definimos solo la suma y la multiplicación de dos números reales, también podemos hablar de resta (−) y división o cociente (:). La resta no es otra cosa que sumar el opuesto de un número. De forma similar, lo que se conoce como división es la multiplicación por un inverso.

$$5-3=5+(-3)\quad y\quad 5:3=5\cdot\frac{1}{3}$$

1.3. EL CERO

La historia del cero no es sencilla. Parece una tontería, pero los antiguos griegos y romanos, célebres ingenieros, no lograron dar un nombre a “la nada”. Ellos no contaban “nada”. Los griegos que desarrollaron la lógica y la geometría, nunca introdujeron el número cero.

Los calculistas indios lo definieron como el resultado de sustraer cualquier número de sí mismo. Podemos decir que el cero nació en la India. La palabra “cero” proviene de la traducción de su nombre en sánscrito (una lengua clásica de la India) “shunya” que significa vacío. Parece ser que fue Brahmagupta quien trató el cero como un “número”, no como un mero marcador de posición, y mostró unas reglas para operar con él.

Se debe tener un especial cuidado el papel que desempeña el cero en la divisibilidad:

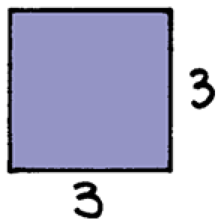
$$a \cdot b = 0 \;\rightarrow\; a = 0 \;\; \text{ó} \;\; b = 0$$

$$\frac{a}{0} = indefinido$$

$$\frac{0}{0} = indeterminado$$

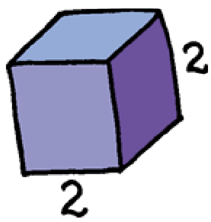
1.4. POTENCIACIÓN

Cuando se multiplica un número natural por sí mismo, por ejemplo 3.3, hay otra manera de expresar ese producto: 3^2, y se lee "3 al cuadrado" o "3 a la 2". La costumbre de decir "3 al cuadrado" es muy antigua, y la razón por la cual se dice así, tiene que ver con la geometría. Si se tiene un cuadrado cuyo lado mide 3 unidades, su área es $3.3 = 3^2$



El área de cualquier cuadrado es igual al lado multiplicado por sí mismo, es decir, al cuadrado de la medida de su lado.

En los tiempos de la Grecia Antigua, gran parte de las ideas matemáticas eran estudiadas a través de la Geometría, y por eso, cuando se quería encontrar una representación geométrica de algo tan sencillo como el producto de dos números, digamos 5.6, lo que hacían era dibujar un rectángulo de lados 5 y 6, y así, veían el producto como el área del rectángulo que acababan de dibujar.
También se tiene que 2^3, que es igual a 2.2.2, se lee: "2 al cubo", y la razón para esto proviene también de la visión que tenían los griegos de la Matemática asociada a la Geometría. Si tenemos un cubo de arista 2:



su volumen es igual a $2.2.2 = 2^3$. Es por esto que aún hoy se lee "2 al cubo" o " 2 elevado al cubo''.

El proceso de multiplicar a un número por sí mismo una cierta cantidad de veces, se llama potenciación. Sea *n* un número real y *a* un entero positivo. Se define la potencia *n*-ésima de *a* de la forma:

$$a^n = a.\ a.\ a.\ a \cdots a$$

Es decir, es el resultado de multiplicar *a* consigo mismo *n* veces. En la expresión a^n, la base es a y el exponente es n.

Consideraciones:

1. Si la base está elevada a exponente par, la potencia es siempre positiva.
2. Si el exponente es impar, la potencia conserva el signo de la base.
3. La potenciación no es una operación distributiva sobre la suma o la resta; es decir, en la potenciación se tiene que:

$$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$$

Propiedades:

1. Potencia de exponente cero

$$a^0 = 1$$

2. Potencia de exponente entero negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

3. Multiplicación de potencias de igual base

$$a^n.\ a^m = a_{n+m}$$

4. División de potencias de igual base

$$\frac{a^n}{a^m}$$

5. Potencia de una potencia

$$(a^n)^m = a^{n.m}$$

6. Multiplicación de potencias de igual exponente

$$a^n.\ b^n = (a.\ b)^n$$

7. División de potencias de igual exponente

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Simplificar una expresión donde hay exponentes de números reales, significa cambiarla a otra en que cada número real aparece sólo una vez y todos los exponentes son positivos. *Debemos asumir que los denominadores siempre representan números reales diferentes de cero.*

$$\left(\frac{2r^3}{S}\right)^2 \left(\frac{s^2}{r^3}\right)^3 = \frac{(2r^3)^2}{s^2}\,\frac{(s^2)^3}{(r^3)^3} = \frac{4r^6}{s^2}\,\frac{s^6}{r^9} = 4\,\frac{r^6}{r^9}\,\frac{s^6}{s^2} = 4\,\frac{1}{r^3}\,s^4 = \frac{4s^4}{r^3}$$

1.5 NÚMEROS PRIMOS

Se dice que un número es primo cuando sus únicos divisores son él mismo y la unidad. Por ejemplo 5, 7 y 23 son primos. El número 18, en cambio, es compuesto, ya que tiene más divisores (1, 2, 3, 6, 9 y 18). Se puede hacer una lista de números primos con la llamada Criba de Eratóstenes, que consiste en tachar todos los múltiplos de 2 (ya que serán compuestos al ser el 2 un divisor). Después tachamos todos los múltiplos de 3 (por lo mismo). El 4 estará tachado, así que lo saltamos. El 5 está sin tachar, así que tachamos todos los múltiplos de 5. Continuamos este proceso, tachando los múltiplos de los números que no estén tachados. Los números que “sobreviven” a esta criba son los números primos. Los primeros son:

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 …

Para saber si un número es primo, lo vamos dividiendo por 2, 3, 5… hasta que encontremos una división exacta, en cuyo caso el número sería compuesto, o bien hasta que el cociente de la división sea menor que el divisor. Si hemos llegado a este punto sin encontrar ninguna división exacta, el número dado es primo.

Máximo común divisor:

El Máximo Común Divisor es, como su nombre indica, el mayor de los divisores comunes de varios números. Para calcularlo, se descompone cada uno de ellos en factores primos. El MCD es el resultado de multiplicar los factores que se repitan en todas las descomposiciones, afectados por el menor exponente.

En el caso de que no se repita ningún factor, el MCD de esos números es 1, y se dice que los números son “primos entre sí”. Por ejemplo, el 18 y el 25 son primos entre sí. Por ejemplo, si queremos hallar el MCD de 36, 60 y 72, descomponemos los tres en factores primos:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

Vemos que los únicos factores que se repiten en las tres descomposiciones son el 2 y el 3. Los cogemos con los menores exponentes al que están afectados, por lo que:

$$\text{M.C.D. } (36, 60, 72) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

Mínimo común múltiplo:

El Mínimo Común Múltiplo es, así mismo, el menor de los múltiplos comunes a varios números. Para calcularlo, descomponemos los números en factores primos, y el MCM es el resultado de multiplicar los factores comunes y los no comunes, afectados por el mayor exponente. Si los números son primos entre sí, el MCM es el producto entre ellos. Por ejemplo, el MCM de 36, 60 y 72, que ya tenemos descompuestos más arriba. Los factores que se repiten son el 2 y el 3, y los que no se repiten, el 5. Los cogemos con los mayores exponentes, es decir, 2^3, 3^2 y 5. El MCM es, por lo tanto:

MCM (36, 60, 72) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

1.6. RADICACIÓN

En el campo de la matemática, se conoce como radicación a la operación que consiste en obtener la raíz de una cifra o de un enunciado. De este modo, la radicación es el proceso que, conociendo el índice y el radicando, permite hallar la raíz. Ésta será la cifra que, una vez elevada al índice, dará como resultado el radicando.

Para comprender estos conceptos, por lo tanto, hay que reconocer las partes que forman un radical. La raíz es el número que, multiplicado la cantidad de veces que indica el índice, da como resultado el radicando.

Supongamos que nos encontramos con un radical que muestra la raíz cúbica de 8. Tendremos el radicando (8) y el índice o exponente (3, ya que es una raíz cúbica). A través de la radicación, llegamos a la raíz: 2. Esto quiere decir que 2 elevado al cubo (2 x 2 x 2) es igual a 8.

Como puede advertirse, la radicación es una operación que resulta inversa a la potenciación: retomando el ejemplo anterior, vemos que multiplicando 2 x 2 x 2 (2 elevado al cubo) llegamos a la raíz cúbica de 8.

La radicación es una operación un tanto particular, en cuanto a que no es muy fácil de resolver si no se cuenta con una calculadora o, por el contrario, con habilidades avanzadas para las matemáticas. Mientras que, si vemos una suma, una resta o una multiplicación podemos proceder a efectuarlas en una hoja haciendo uso de técnicas básicas, la radicación puede dejarnos perplejos dado que a simple vista no parece haber modo de relacionar su radicando con el índice para obtener un resultado.

Como si fuera poco, la manera efectiva de calcular una raíz es a través de las funciones exponencial (la función real que consiste en elevar el número de Euler, 2,71828 aproximadamente, a la x) y logaritmo (se aplica a un número en una base determinada y es el exponente al que se debe elevar la base para dar dicho número), conceptos que la mayoría de la gente no domina y para lo cual es casi indispensable una calculadora o un ordenador.

Consideraciones:

1. Si el radicando es igual a 0, entonces:
$$\sqrt[n]{a} = 0$$
2. Si el radicando es mayor a 0 y el índice impar, la raíz siempre es positiva:
$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad ya\ que \quad 4^3 = 64$$
3. Si el radicando es mayor a 0 y el índice par, la raíz siempre tiene doble signo:
$$\sqrt[4]{16} = \pm 2 \quad ya\ que \quad 2^4 = 16 \quad y \quad (-2)^4 = 16$$

4. Si el radicando es menor a 0 y el índice impar, la raíz siempre es negativa:

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \quad ya\ que \quad (-3)^3 = -27 \text{ 5.}$$

Si el radicando es menor a 0 y el índice par, la raíz es imaginaria:

$$\sqrt[2]{-36} = no\ tiene\ solución\ en\ R$$

<u>Propiedades:</u>

1. Raiz de un producto

$$\sqrt{a.\mathrm{b}} = \sqrt{\ }.\sqrt{\mathrm{b}}$$

2. Raiz de un cociente

$$\sqrt{\frac{a}{\mathrm{b}}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\mathrm{b}}}$$

3. Potencia de una raíz m

$$\left(\sqrt[n]{a}\right) \quad = \sqrt[n]{a^m}$$

4. Raíz de una raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$$

A veces resulta más cómodo tratar a las raíces como potencias. En este caso, las potencias serán del tipo fraccionarias, y podremos aplicar todas las propiedades de la potenciación vistas anteriormente.

1) El radicando pasa a ser la base de la potencia.
2) El exponente del radicando pasa a ser el numerador de la potencia.
3) El índice pasa a ser el denominador de la potencia.

$$\sqrt[n]{a^m} = \ a^{\mathrm{m/n}}$$

1.7. RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES

Si bien los radicales siguen las mismas reglas que los enteros, a veces es difícil encontrar el valor de una expresión que contiene radicales. Por ejemplo, probablemente puedas saber que $\frac{1}{4} = 0{,}25$, pero no conoces el valor de $\frac{1}{\sqrt{4}}$.

Dicho esto, algunas veces tendrás que trabajar con expresiones que contienen muchos radicales. Normalmente el valor de estas expresiones no es claro a simple vista. En casos donde tienes una fracción con un radical en el denominador, puedes usar una técnica llamada racionalización de denominadores para eliminar el radical. El objetivo de racionalizar un denominador es que sea más fácil de entender cuál es el valor de la cantidad al eliminar los radicales de los denominadores (y algunas otras situaciones, que más adelante estaremos viendo).

Racionalizando denominadores con un término:

En este caso debemos multiplicar a la fracción por otra cuyo numerador y denominador sean iguales (para no alterar el número) y de valor igual al denominador original.

$$\frac{5}{\sqrt{x}} \rightarrow \frac{5}{\sqrt{x}}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{x}$$

Racionalizando denominadores con dos términos:

En este caso debemos multiplicar a la fracción por otra cuyo numerador y denominador sean iguales (para no alterar el número), pero utilizando el “conjugado” del denominador original.

$$\frac{5}{\sqrt{x}+3} \longrightarrow \frac{5}{(\sqrt{x}+3)}\frac{(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)} = \frac{5(\sqrt{x}-3)}{x-9}$$

Advertencia: este método sólo aplica cuando los términos incluyan raíces cuadradas.

1.8. NOTACIÓN CIENTÍFICA

Cuando trabajan con números muy grandes o muy pequeños, los científicos, matemáticos e ingenieros usan notación científica para expresar esas cantidades. La notación científica es una abreviación matemática, basada en la idea de que es más fácil leer un exponente que contar muchos ceros en un número. Números muy grandes o muy pequeños necesitan menos espacio cuando son escritos en notación científica porque los valores de posición están expresados como potencias de 10. Cálculos con números largos son más fáciles de hacer cuando se usa notación científica.

Por ejemplo, la célula roja humana es muy pequeña y se estima que tiene un diámetro de 0.0065 milímetros. Por otro lado, un año luz es una unidad de distancia muy grande que mide alrededor de 10000000000000000 metros. Ambas cantidades son difíciles de escribir, y sería muy fácil ponerles o quitarles un cero o dos de más. Pero en notación científica, el diámetro de una célula roja se escribe como $6,5 \times 10^{-3}$ milímetros, y un año luz es más o menos 1×10^{16} metros. Esas cantidades son más fáciles de usar que sus versiones largas.

$$5.\underbrace{700.000}_{6\,5\,4\;3\,2\,1} = 5,7 \times 10^{6}$$

$$0,\underbrace{006}_{1\,2\,3}8 = 6,8 \times 10^{-3}$$

Nota que es el exponente el que nos dice si el término es un número muy grande o muy pequeño. Si el número es ≥ 1 en la notación decimal estándar, el exponente será ≥ 0 en notación científica. En otras palabras, números grandes requieren potencias positivas de 10. Si un número está entre 0 y 1 en notación estándar, el exponente será < 0 en notación científica. Números pequeños son descritos por potencias negativas de 10. La forma general de un número en notación científica es $a \times 10^{n}$, donde a es un número mayor o igual a 1, y n un número entero.

EJERCITACIÓN:

1) Indicar V o F según corresponda:

a) Todo número real es racional

b) Todo número natural es entero

c) Todo entero es racional

d) Todo número real es irracional

2) Resolver:

$a)\ \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) =$

$b)\ \left\{-1 + \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)\right]\right\} - \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) =$

$c)\ \left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)\right] \text{ X } \frac{\frac{2}{55}}{\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10}\right)} =$

$d)\ \dfrac{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5}\right) - \frac{2}{\frac{1}{3}}}{\dfrac{\frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5}\right)}{\frac{1}{10}}}{-\frac{2}{9}}}$

$e)\ \dfrac{\dfrac{\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)}{\frac{2}{5}}}{\frac{1}{6} \times \dfrac{\frac{3}{2} - \frac{5}{4} \times 2}{1 - \frac{1}{2}} \times \frac{5}{7}}$

3) Los resultados indicados a continuación no son verdaderos. Marcar los errores de procedimiento cometidos y hallar el resultado correcto.

$a)\ 2-3\times(4\times 2+8)=-1\times 16=-16$

$b)\ \dfrac{-2^{2}+4^{-1}}{-2^{3}-2^{-1}}=\dfrac{+4+\frac{1}{4}}{-8-\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{17}{4}}{\frac{-17}{2}}=-\dfrac{1}{2}$

4) Verificar la siguiente igualdad sin utilizar calculadora:

$$\left(\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}\right)^{96}=\left\{\left[\left(\sqrt[6]{\sqrt[3]{2}}\right)^{2}\right]^{3}\right\}^{9}$$

5) Verificar la validez de las siguientes igualdades. En algunos casos deberá racionalizar numerador y/o denominador

$a)\ \dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=\dfrac{\sqrt{6}-1}{3}$

$b)\ \dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=1+\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$c)\ \dfrac{1}{2\times(\sqrt{3}\times\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{4}$

$d)\ \dfrac{3}{\sqrt{5}-2}=3\sqrt{5}+6$

$e)\ \dfrac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}=\sqrt{2}$

$f)\ \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=-2\sqrt{35}$

6) Escribir como radicales los siguientes números

$a)\ 2^{\frac{1}{2}}\ =$

$c)\ 9^{\frac{1}{3}}=$

$0{,}5=$

$d)\ 8^{\frac{-2}{3}}=$

$b)\ 5$

7) Expresar x como potencia fraccionaria

$a)\ \overline{\sqrt{x}}\ =\ 1$

$c)\ \sqrt{x}\times\sqrt[3]{x}\times\sqrt[5]{x}=$

$d)\ \dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}=$

$b)\ \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}=$

8) Simplificar si es posible

$a)\ \sqrt[4]{3^2} =$

$b)\ \sqrt[9]{27} =$

$c)\ \sqrt[5]{1024} =$

$d)\ \sqrt[8]{5^4} =$

9) Extraer factores del radicando

$a)\ \sqrt{8} =$

$b)\ \sqrt{18} =$

$c)\ \sqrt{32} =$

$d)\ \sqrt{36} =$

10) Simplificar las siguientes expresiones

$a)\ \left(2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}\right)^{\frac{1}{2}} =$

$b)\ \dfrac{5 \times \sqrt[3]{5}}{\sqrt{\left(\frac{1}{5} \times \sqrt[5]{25}\right)^{\frac{1}{3}}}} =$

$c)\ \dfrac{\left(\sqrt{6} \times \sqrt[4]{12}\right)^3}{18^{\frac{1}{2}}} =$

$d)\ \dfrac{-100^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{\dfrac{10}{\sqrt{0,001}}}} =$

$e)\ \dfrac{(2^3)^{-2} \times \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}}{(2^{10})^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{3}}} =$

11) Racionalizar los denominadores en las siguientes expresiones

$a)\ \dfrac{3}{\sqrt{3}} =$

$b)\ \dfrac{2\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} =$

$c)\ \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} =$

$d)\ \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-5} =$

12) Resolver las siguientes operaciones

$a)\ \sqrt{2}+\sqrt{2}-5\sqrt{2} =$

$b)\ \sqrt{a}-2\sqrt{b}+\sqrt{a}-\sqrt{b} =$

$c)\ 33\sqrt{18}-11\sqrt{2}+2\sqrt{50} =$

$d)\ \sqrt{9x}-\sqrt{25x}+\sqrt{49x} =$

$e)\ \dfrac{3}{2}\sqrt[3]{\dfrac{16}{27}}-\dfrac{5}{3}\sqrt[3]{54}+5\sqrt[3]{\dfrac{2}{125}} =$

$f)\ \sqrt[4]{2a^2} \times \sqrt[4]{ab} \times \sqrt[4]{2ab} =$

$g)\ \sqrt{3}\left(\sqrt{6}-\sqrt{24}\right)+\sqrt{98} =$

$h)\ \sqrt{m} \times \sqrt[3]{m^2} \times \sqrt[4]{m^3} =$

$i)\ \sqrt[3]{ab^2} \times \sqrt[5]{a^2} \times b^3 =$

$j)\ \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}} =$

13) Escribe los siguientes números en notación científica:

$a)$ 5000

$b)$ 75000

$c)$ 504

$d)$ 0,0057

$e)$ 0,00075

$f)$ 0,82

14) Escribe en notación científica los siguientes datos:

$a)$ $La\ distancia\ media\ de\ Saturno\ al\ sol\ es\ de$ 141,8 $millones\ de\ kilómetros$

$b)$ $El\ diámetro\ de\ un\ virus\ es$ 0,0000000267 $metros$